《 _____수학주제탐구보고서 》

대치마스터

주제	수학 주제 탐구 보고서
요약	여행패키지 상품은 다양한 관광지 중 몇 개를 조합하여 만들게 됩니다. 제주도 여행 패키지를 만드는 여행사 입장이 되어서 패키지 상품을 만드는 경우의 수를 조합을 이용하여 만들어보는 탐구입니다.

자료 1. 보고서

탐구주제 : 여행 패키지 상품 조합

관련 단원 : 조합

선정한 이유 : 여행 패키지 상품은 한정된 시간과 공간 안에 여러 가지 관광 상품들을 조합해서 만들게 됩니다. 만약 제주도 관광 패키지는 한라산, 성산일출봉, 섭지코지, 만장굴 등의 관광지 중 한정된 일정에서 가장 매력적인 상품을 만들어야 합니다. 이번 탐구로 몇 가지 제약 사항이 있는 환경에서 여행 패키지를 만드는 방법의 수를 탐구해보았습니다.

사용된 수학적 개념, 공식, 이론적 배경, 역사 :
집합의 크기가 n인 집합 S에 대해 자연수 k가 주어졌을 때, S의 k조합은 S의 k개의 원소로 이루어진 부분집합을 일컫습니다. 쉽게 말해, n명이 속해있는 반에서 k명을 골라 대표자들을 선정하는 상황에 대입해 볼 수 있습니다. 본 상황에서 '반'은 S, '대표자들'은 S의 조합에 대응된다고 할 수 있습니다. 반의 학생이 a, b, c, d, e로 5명이고 대표자 3명을 선택한다고 할 때, 다음과 같은 과정을 통해 경우의 수를 구할 수 있습니다.

1. a, b, c, d, e 중 1명을 고르는 경우의 수 $= 5$
2. 나머지 4명 중 1명을 추가로 고르는 경우의 수 $= 5 \times 4$
3. 나머지 3명 중 1명을 추가로 고르는 경우의 수 $= 5 \times 4 \times 3$

이때, a, b, c를 순서대로 뽑은 경우와 b, a, c를 순서대로 뽑은 경우 모두 결과적으로 a, b, c를 대표자로 선출한 것이기 때문에 서로 같다고 할 수 있습니다.
따라서 대표자의 순서만 다르고 뽑힌 사람은 동일한 경우를 제외한 경우의 수 $= \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1}$
(순서만 다른 경우를 제외하는 방법은 순열을 이용합니다. 간단히 설명하면 a, b, c가 선출될 경우에 대해서 생각해보면, a,b,c 3명을 줄세우는 가짓수에 대해 생각해 볼 수 있습니다. 즉, 1, 2, 3 번째 자리에 누가 오는지 생각해보면, $3 \times 2 \times 1$로 나타나고, 기호로는 $3!$이 됩니다. 해당 경우의 수만큼 모든 경우가 중복된 것임으로 전체 경우의 수에서 나눠주는 것입니다.)

이를 일반화할 경우(n명의 반에서 k명의 대표자 선정할 때) 식은
$\frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{k(k-1)(k-2)\cdots 1}$가 되며 이를 ${}_nC_r$이라고 합니다.

만약 제주도 관광지가 한라산, 성산일출봉, 섭지코지, 만장굴, 우도, 추자도, 국립제주박물관, 성읍민속마을로 총 8가지가 있으며, 이는 집합의 크기가 8인 집합이라고 할 수 있습니다. 위 관광지에서 5개의 관광지를 선택하는 조합의 수를 계산한다면, $\frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{k(k-1)(k-2)\cdots 1}$에서 $n=8, k=5$이므로 가능한 패키지 상품의 개수는 ${}_8C_5 = \frac{8\times7\times6\times5}{5\times4\times3\times2\times1} = 14$입니다.

위와 동일한 조건에서 다음과 같은 제한사항을 추가할 때, 가능한 패키지 상품의 수는 몇 개일까요?
1. 총 5개의 관광지를 다녀볼 시간이 있다.
2. 거리가 가까운 우도와 성산일출봉을 방문하고자 한다면 둘 다 방문한다.
3. 한라산을 방문한다면 일정상 총 4개의 관광지만 방문할 수 있다

이러한 문제 상황에선 단순히 S의 k조합에 식을 대입하여 경우의 수를 계산할 수 없습니다. 한라산이 포함될 때와 포함되지 않을 때, 그리고 우도와 성산일출봉을 방문할 때와 그렇지 않을 때로 나누어 각각의 상황에 대해 개별적으로 경우의 수를 계산할 수 있습니다.

본 상황에서 가능한 패키지 상품은 다음과 같이 분류할 수 있습니다.
1. 한라산을 방문하고, 우도와 성산일출봉을 방문하는 경우
한라산을 방문하므로 총 4개의 관광지를 선택할 수 있으며, 나머지 3개 중, 2개가 우도와 성산일출봉으로 결정되었으므로, 나머지 5개의 관광지에서 1개의 원소를 선택하는 경우입니다. 즉, ${}_nC_r$에서 $n=5, k=1$이므로, 경우의 수는 ${}_5C_1 = \frac{5}{1} = 5$ 입니다.

2. 한라산을 방문하고, 우도와 성산일출봉을 방문하지 않는 경우
한라산을 방문하므로 총 4개의 관광지를 선택할 수 있으며, 나머지 3개를 우도와 성산일출봉을 제외한 관광지에서 선택하므로, 나머지 5개의 관광지에서 3개의 원소를 선택하는 겨우입니다. 즉, ${}_nC_r$에서 $n=5, k=3$이므로, 경우의 수는 ${}_5C_3 = \frac{5\times4\times3}{3\times2\times1} = 10$ 입니다

3. 한라산을 방문하지 않고, 우도와 성산일출봉을 방문하는 경우
한라산을 방문하지 않으므로 총 5개의 관광지를 선택할 수 있으며, 5개 중 2개를 우도와 성산일출봉으로 선택하였으므로, 나머지 5개의 관광지에서 3개의 원소를 선택하는 경우입니다. 즉, ${}_nC_r$에서 $n=5, k=3$이므로, 경우의 수는 ${}_5C_3 = \frac{5\times4\times3}{3\times2\times1} = 10$ 입니다.

4. 한라산을 방문하지 않고, 우도와 성산일출봉을 방문하지 않는 경우
한라산을 방문하지 않으므로 총 5개의 관광지를 선택할 수 있으며, 우도와 성산일출봉을

방문하지 않는 경우이므로, 나머지 5개의 관광지에서 5개의 원소를 선택하는 경우입니다. 즉, ${}_nC_r$에서 $n=5, k=5$이므로, 경우의 수는 ${}_5C_3=\frac{5\times4\times3\times2\times1}{5\times4\times3\times2\times1}=1$ 입니다.

따라서 가능한 모든 패키지 상품의 개수는 $5+10+10+1=26$ 입니다.

결론, 느낀점, 소감 : 실제 여행 패키지 상품의 조합은 각 여행지의 인기도와 가능한 교통편, 그리고 여행사의 이익 극대화와 맞물려서 짜여집니다. 문제 상황을 단순화했지만 만약 위의 경우처럼 26개의 조합으로 관광지를 선택할 수 있다면 그 다음으로는 각 조합의 경우에서 가장 적은 비용이 드는 경로를 찾고, 관광지의 매력도에 따라 적정 가격을 책정하는 일입니다. 그 다음 판매량과 광고비용을 예상하고 결국 이득을 남길 수 있을 것으로 보이는 조합의 패키지를 상품화할 것입니다. 제주도 관광지는 매우 많고, 휴가철, 계절, 인기, 트렌드 등등 여러 가지 변수를 생각해야 하는 여행사에선 더 복잡한 경우의 수들을 면밀히 따져볼 것이라고 생각합니다.

출처 : 위키백과