

*** 과목 및 주제 ***

수학 2 >> 미/적분의 '예측성'과 '경영'

*** 가이드 ***

- 주제 선정과 발표에 대한 전반적인 가이드라인 -

____ 학생이 경영학부를 희망하는 점을 고려하여 수2의 미/적분 내용 중 '경영'과 관련된 주제 및 내용을 희망해주시어 '미적분과 경영: 예측의 힘이 가진 위대함'이라는 주제를 선정해보았습니다. 경영에서 '이상적인 의사결정'에 '미적분'이 활용될 수 있음을 강조하는 탐구 내용을 교과외 세부 능력특기사항에 서술해주시면 좋을 것 같습니다. 탐구 중심 내용이 될 수 있는 도서와 미시경제의 이윤극대화 및 소비자의 최적 선택에 대한 자료는 별도로 첨부해드립니다.

* 활용 도서에 대한 자료는 추가적으로 첨부하였으니 확인 부탁드립니다. 감사합니다. :)

	세부 내용
탐구 내용	<p> ■ 주제: '미적분과 경영: 예측의 힘이 가진 위대함' ■ 관련 단원명: 2, 3단원(미/적분) ■ 선정 동기: 딱딱하게만 느껴졌던 미/적분이 세상의 변화를 설명하는 언어라는 설명이 인상 깊어 '미/적분을 예측 도구로 활용'를 주제로 선정하였다고 서술하는 것을 추천드립니다. 나아가, 미래를 '예측'하는데 있어 미적분이 활용된다는 부분은 인간 사회의 불완전성을 감소시킬 수 있다는 면에서 중요하다고 생각한 점을 동기로 강조하시면 좋을 것 같습니다. </p> <p> ■ 탐구 활동 내용 세상의 사물들은 끊임없이 변화합니다. 그렇기 때문에, 변화에 맞추어 같이 변화하는 것에 성공하면 살아남고, 그렇지 못 한다면, 도태되거나 뒤처지기 마련입니다. 지금 이 시간에도 많은 기업들이 새로운 변화된 생태에 적응하기 위해 끊임없이 변화를 시도하고 있고, 그 변화에 따라 가지 못한 기업들은 도태되고 있습니다. 그렇다면 어떻게 변화를 읽을 수 있을까요? 바로 미분과 적분을 통해 어떻게 변화할지를 예상할 수 있습니다. 예를 들어 시간에 따른 매출 총량을 보는 그래프에서 단순히 본다면 현재 이익인지 손해인지정도만 볼 수 있습니다. 그러나 경영자는 단순히 결과를 보는 것이 아닌, 결과를 통해서 미래를 예측하고, 그 예측을 바탕으로 판단과 행동을 하여 이윤을 최대화하고 손실을 최소화하는 것이 바람직합니다. 예를 들면, 이익을 내고 있으니 계속 판매할 것인가? 아니면 새 상품을 개발할 것인가? 개발한다면 언제 출시해야 하는 </p>

	<p>가? 등을 결정해야하는데 이때 미적분이 활용될 수 있음을 미적분의 예측 가능성을 탐구하며 확인했다고 서술해주시는 것을 추천 드립니다.</p> <p>+) 세부적인 자료들을 추가 자료에 별도로 첨부하였으니 확인하시고 필요하신 부분을 탐구 내용에 정리하여 작성해주시면 좋을 것 같습니다. :)</p>
	<p>■ 탐구 활동을 통해 느낀 점</p> <p>수학이라는 학문이 가진 힘에 대해 깨달았다고 서술해주시면 좋을 것 같습니다. 실생활에서 미/적분이 어떻게 미래를 예측하는데 활용되는지 파악할 수 있었고, 기를 경영적 측면에서도 활용할 수 있을 것임을 느끼며 흥미를 키울 수 있었다라고 작성해주시기를 추천 드립니다. (+ '이러한 면모 때문에 수학의 유용성과 학문간의 융합 중요성을 느꼈다.' 라는 흐름으로 작성해주시면 됩니다!)</p> <p>■ 탐구 자료:</p> <p>경제학원론의 미시경제학 내용(별도 첨부) 미적분의 쓸모(한화택)_더퀘스트</p>
<p>진로 연관성</p>	<p>■ 진로 희망; 진로와의 연관성</p> <p>경영학과와 관련하여 기업들이 끊임없이 변화하는 사회 속에서 이윤을 창출해내는 것을 목표로 하기 때문에 '이상적인 의사결정'을 하는데 이러한 '이상적 의사결정'에 미/적분의 '예측성'이 크게 활용될 수 있다라는 내용을 서술해주세요.</p>

자료#1: [논설실의 서가] 미분으로 미래를 예측한다

우리는 일상에서 자각하지 않는 사이 미분(微分)과 적분(積分)을 경험한다. 카레요리를 만들 때는 미적분 개념을 고루 이용한다. 우선 감자를 얇게 썬 후 다시 막대 모양으로 자른다. 이를 다시 육각형 큐브 모양으로 썬다. 즉 감자 한 개를 잘게 나누는 미분을 한다. 이를 모두 모아 냄비에 삶거나 볶는 과정은 적분이다.

우리가 느끼지 못하지만 사람, 물체, 자연, 공기는 움직인다. 우주에서 움직이지 않는 것은 없다. 어떤 것을 알기 위해서는 그 성분을 분석하는 것 못지않게 그 변화량을 아는 것이 핵심이다. 그 방법이 미분과 적분이다. 미분과 적분이란 원리를 인류가 발견하지 못했다면 현재 누리고 있는 문명의 이기는 존재하지 않았을 것이다. 미적분은 현대 과학기술을 일군 기초 원리다.

미적분의 원리는 실생활의 사례를 들어서도 설명될 수 있다. 미적분 수식이 등장하지만 걱정할 것 없다. 개념 설명용이다. 미분을 통해서 세상의 순간적인 변화와 움직임을 포착하고 적분을 통해 작은 변화들이 누적돼 나타나는 상태를 이해할 수 있다. 다시 말해 과거를 적분하면 현재를 이해할 수 있고, 현재를 미분하면 미래를 예측할 수 있다.

예를 들어 코로나19 확진자 발생 상황을 미적분으로 파악할 수 있다. 일일 확진자를 모두 합치면 누적 확진자가 되고 누적 확진자의 변화율은 일일 확진자가 된다. 일일 확진자는 증가 속도를 나타내는 미분값에 해당하며, 누적 확진자는 일일 증가분을 적분한 값에 해당한다. 따라서 누적 확진자 값을 미분하면 미래 얼마나 감염자가 늘어날 것인지 예측할 수 있게 된다.

미적분은 경제예측이나 기상예보와 같이 앞으로 일어날 미래를 예측하고, 인공지능이나 제품을 개발하는데 최적화된 설계를 할 수 있게 해준다. 주식투자나 합리적 소비, 어림계산 등 일상생활 속에서도 활용된다. CT단층촬영 등 의료공학, 항공우주공학, 우주물리학 등 미적분이 적용되지 않으면 존재할 수 없는 영역은 너무나 많다.

출처: 이규화 기자_디지털 타임스 (<http://www.dt.co.kr/>)

자료#2: 미래는 어떻게 움직이는가?

불확실한 미래를 알고 싶어하는 것 그리고 자신에게 만족스러운 결과를 만들고 싶은 것은 인간의 원초적인 욕구다. 이러한 욕구 위에 학문들이 탄생했다. 모든 학문은 미래를 예측하기 위한 것이라 해도 과언이 아니다. 우리가 공부를 하는 이유도 자신의 전공 분야에서 앞으로 일어날 일을 예측하고, 필요한 경우 전문가로서 남들보다 먼저 사회에 경종을 울리기 위함이다.

역사학자는 과거의 일을 바탕으로 미래의 변화를 예측하고, 경제학자는 경제 모델을 세워 국가의 경제 전망을 내놓는다. 과학자는 자연을 관찰하면서 지구의 환경 변화를 예고하고, 공학자는 미래 사회가 요구하는 제품을 내놓는다. 그렇게 우리는 미래 예측이라는 욕망을 좇아 앞으로 나아가고 있다.

미래를 예측하려면 변화의 방향을 읽어야 한다. 시간이 지남에 따라 어떤 양이 점점 증가하는 때가 있는가 하면 점점 감소하는 때가 있다. 또 증가하거나 감소하더라도 일정한 비율로 변화하는 경우가 있고 시간에 따라 변화율이 계속 바뀌는 경우도 있다.

단기간의 변화를 예측하는 수식

아무 정보가 없을 때 가장 손쉬운 미래 예측은 현재의 상태가 그대로 지속될 것이라고 미루어 짐작하는 것이다. 실제로 많은 사람이 내일 기온이 어떻게 될지 또는 주가가 어떻게 변동할지 알지 못할 경우, 오늘과 크게 다르지 않을 거라고 예상한다.

하지만 점점 따뜻해지는 봄이라면 분명 내일의 기온은 오늘보다 올라갈 것이고, 가을이라면 반대로 내려갈 것이다. 이때 기온이 몇 도나 변화할 것인지는 그 전날의 온도 변화를 참고하게 된다. 오늘의 기온이 전날의 기온보다 2도 올라서 섭씨 15도가 되었다면 내일의 기온도 같은 상승폭으로 올라 섭씨 17도가 된다고 예상하는 식이다.

$$f(\text{내일}) = f(\text{오늘} + \text{온도상승폭}) \cdot \text{하루} = (15 + 2) \cdot 1 = 17\text{도}$$

이처럼 어제부터 오늘 사이의 변화율을 적용해서 내일 일어날 변화를 예측하는 것을 수식으로 쓰면 다음과 같다. 여기서 Δt 가 무한소인 경우에는 이론적으로 미분의 정의에 해당한다.

$$f(t + \Delta t) \approx f(t) + f'(t)\Delta t$$

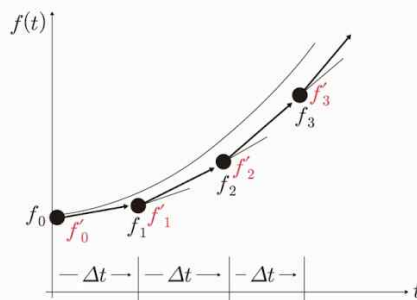
이 식에 따르면 기온은 매일 2도씩 올라 섭씨 15도, 17도, 19도와 같이 등차적으로 변화할 것으로 예측된다. 하지만 상승폭이 그대로 지속된다고 보기는 어렵다. 실제로는 시간이 지나면서 상승폭, 즉 온도 기울기가 달라지므로 예측 온도는 실제 온도에서 벗어나게 된다. 또한 일 단위가 아니라 일주일 또는 한 달과 같이 기간을 길게 잡으면 직선적으로 온도 변화를 추정했을 때 정확한 예측값이 나오기 어렵다.

장기간의 변화를 예측하려면

증가한다는 것은 1차도 함수가 양이라는 말이고, 감소한다는 것은 1차 도함수가 음이라는 말이다. 언덕이 오르막길인지 내리막길인지는 기울기만 보면 쉽게 알 수 있다. 한참을 가다 보면 기울기 자체가 서서히 변화한다. 기울기가 점점 심해지기도 하고 둔화되기도 한다. 즉 완벽한 직선이 아니고서는 1차도함숫값이 변화한다. 1차도함수가 증가하는 경우에는 2차도함숫값이 양이 되고 곡선은 위로 휘어진다. 반대로 1차 도함수가 감소하는 경우에는 2차도 함수값이 음이 되고 곡선은 아래로 휘어진다. 따라서 2차도함숫값이 양인 그래프는 위로 오목하고 아래 로 볼록한 곡선이 되고 음일 때는 반대가 된다.

변화의 정도가 달라지기 때문에 단순하게 선형적으로 연장해서는 미래를 제대로 예측할 수 없다. 변화를 정확하게 예측하기 위해서는 기울기(1차 도함수)에 추가해서 기울기의 변화율(2차 도함수) 또는 그 이상의 고차도함수까지 고려해야 한다. 물론 현실에서 2차 이상의 도함수를 구하는 일은 쉽지 않다.

차라리 시간 구간을 짧게 끊어서 선형적으로 조금씩 전진하는 것도 좋은 방법이다. 한꺼번에 일주일 후의 온도까지 알려고 하지 말고, 일 단 어제와 오늘의 온도 차이로부터 내일 온도를 예측하고, 내일 다시 온도 상승폭을 갱신해서 모레 온도를 예측한다. 매일 갱신된 온도 상승폭을 적용해 계속해서 다음 날의 온도를 예측해나가는 것이다. 마치 한쪽 방향으로 행진하는 것처럼 한 걸음 한 걸음 앞으로 나아가는 방법이다. 이를 전진법(marching method)이라 하며, 미분방정식을 푸는 중요한 해석 방법 중 하나다.



시간의 변화 Δt 에 따른 전진법

f_0 에서 출발해서 기울기방향으로 연장하면 $f_1 = f_0 + f'_0 \Delta t$ 를 구할 수 있고, 다시 f_1 과 f'_1 을 써서 $f_2 = f_1 + f'_1 \Delta t$ 를 구하는 것을 반복하면 모든 t 에 대해서 수치적으로 해석할 수 있다.

다만 이 경우에도 Δt 가 0이 아닌 이상 약간의 오차는 불가피하며 진행할수록 점점 오차는 누적된다. 과학자들은 미래 지구의 온도 변화를 예측하기 위해 지속적으로 기온 변화를 관찰해왔다. 측정 결과에 따르면 지난 150년간 지구의 평균 온도가 섭씨 1도 가까이 상승했다. 기후변화에 관한 정부 간 협의체 Intergovernment Panel on Climate Change, IPCC가 2007년 파리에서 발표한 4차 특별 보고서에 실린 데이터를 보면 온도 증가율은 더욱 가파라지고 있다. 지난 세기에 에너지 사용이 급증하면서 일어난 일이다. 더구나 우리나라의 경우는 지구 전체 평균 증가율의 약 2배에 이른다.

온도 1~2도 정도는 별것 아니라고 생각한다면 자신의 체온을 생각해보라. 사람은 정상 체온 36.5도에서 1~2도만 올라도 열이 나고 아프기 시작한다. 코로나19 대유행 시기라면 체온감지기에 걸려 꼼짝없이 집에서 자가 격리를 해야 할지도 모른다. 그러니 지구라는 커다란 물체의 온도가 전체적으로 1도 올라간다는 것이 얼마나 큰일이겠는가. 실제로 1~2도가 내려가느냐 올라가느냐에 따라서 북극의 얼음이 얼기도 하고 녹기도 한다. 지구는 지금 미열 상태에서 고열로 가는 기로에 있다고 할 수 있다. 지금의 온도 증가율이 그대로 유지된다면 100년 후의 지구 온도는 4도 이상 상승할 것으로 전망된다. 엄청난 온도 상승이다. 현실적으로 지금과 같은 상태에서 온도를 낮추는 것은 고사하고 현재 온도를 유지 하는 것조차 불가능해 보인다. 그렇다면 차선책으로 온도 증가율이라도 둔화시켜야 한다.

즉 1차도함숫값이 양일 수밖에 없다면 2차도함숫값이라도 음이 되도록 하자는 얘기다. 과학자들은 2100년까지 온도 증가를 1.5도 이내로 억제하는 것을 목표로 정하고 다양한 실험 계획을 내놓고 있다. 2018년 IPCC보고서에는 월 평균 지구 온도 상승을 1.5도 이내로 억제하기 위한 온실가스의 감축 계획이 들어 있다. 온실가스는 일반적으로 이산화탄소(CO)와 비이산화탄소(Non-CO)로 나누는데, 비이산화탄소란 메탄, 이산화질소, 염화불화탄소 등 이산화탄소를 제외한 온실가스를 말한다. 비록 CO₂에 비해서 배출량은 적지만 온난화에 미치는 영향이 커서 별도로 비이산화탄소 감축 계획이 세워질 정도다. 그래프에서 플랜 (A)는 비이산화탄소의 감축 없이 이산화탄소만 감축하는 계획으로, 과학자들의 목표인 '월 평균 지구 온도 상승 1.5도 이내'를 달성하기 어려워 보인다. 반면 플랜 (B)는 2030년부터 비이산화 탄소 감축을 시작해 2055년까지 총 이산화탄소 배출량을 0으로 만드는 계획으로, 과학자들이 어느 정도 목표를 달성할 가능성이 보인다. 플랜(C)는 플랜 (B)보다 강도 높은 계획이다. 즉 현 시점에서 온도 증가율(1차도함숫값)과 향후 몇 년간 온실가스 감축에 따른 온도 증가율의 변화(2차도함숫값)를 어떻게 관리하느냐에 따라서 100년 후 지구 온도가 결정된다고 할 수 있다.

경제학에서도 이러한 경제학은 1900년 중반 이후에 수학의 기본적인 미분 개념인 한계 개념을 주요한 분석 수단으로 확대 적용 하면서 더욱 발전해왔다. 현대 경제학의 아버지로 불리는 폴 앤서니 새뮤얼슨 Paul Anthony Samuelson은 저서 《경제분석의 기초 Foundations of Economic Analysis》에서 미적분과 미분방정식을 적극적으로 활용하여 경제문제를 해석했다. 이후 경제학은 많은 방정식으로 구성된 경제 모델을 구성하고 수학적 기법을 써서 각 경제 변수들 사이의 변화를 분석하는 방향으로 발전해왔다. 또한 직관적 이해를 위해서 방정식을 그래프로 표현하게 됐는데, 예컨대 한계 개념을 곡선의 접선 기울기로 이해하는 식이다.

출처: 미적분의 쓸모_한화택_더퀘스트